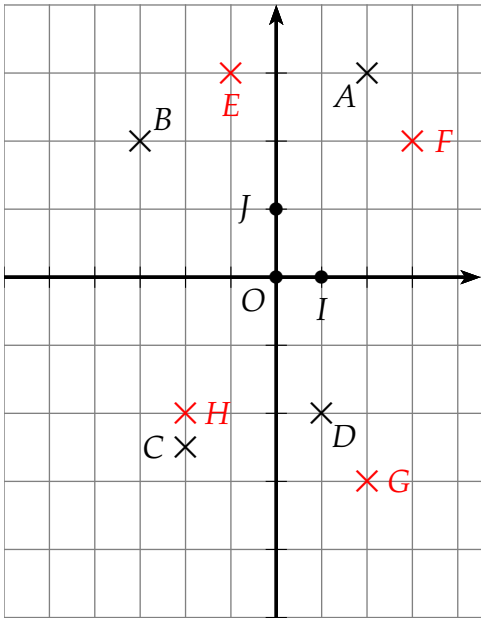
Correction - DS n°01 - Sujet A
Repérage

Exercice 1 - Nature du quadrilatère - (7 points)

1) quelle est la nature du repère $(O\,;I\,;J)$ ci-contre ?



Le repère $(O\,;I\,;J)$ est un repère orthogonal car $\widehat{IOJ} = 90°$ et $OI \neq OJ$. (1)

2) Lire les coordonnées des points A, B, C et D . (1)

$A\,(2\,;3)$, $B\,(-3\,;2)$, $C\,(-2\,;-2{,}5)$ et $D\,(1\,;-2)$

3) Placer les points $E(-1;3)$, $F(3;2)$, $G(2;-3)$ et $H(-2;-2)$ (1)

4) Calculer les coordonnées de M milieu de $[EG]$

$$x_M = \frac{x_E + x_G}{2} = \frac{-1+2}{2} = -\frac{1}{2} = -0{,}5 \quad \text{et}$$
$$y_M = \frac{y_E + y_G}{2} = \frac{3+(-3)}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

Donc $M\,(-0{,}5\,;0)$ **1,5**

5) Calculer les coordonnées de P milieu de $[FH]$

$$x_P = \frac{x_F + x_H}{2} = \frac{3+(-2)}{2} = -\frac{1}{2} = -0{,}5 \quad \text{et} \quad y_P = \frac{y_F + y_H}{2} = \frac{2+(-2)}{2} = 0$$

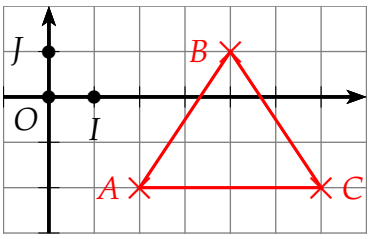
Donc $P\,(-0{,}5\,;0)$ **1,5**

6) que peut-on en conclure quant à la nature du quadrilatère EFGH ?

Le quadrilatère EFGH est un parallélogramme car ses diagonales se coupent en leur milieu. (1)

Exercice 2 ✎ - Triangle particulier - (4 points)

On considère les points $A(2;-2)$, $B(4;1)$ et $C(6;-2)$.



1) ✎ Calculer les longueurs AB, AC et BC.

- $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(4-2)^2 + (1-(-2))^2} = \sqrt{13}$ (1)
- $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(6-4)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{13}$ (1)
- $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(6-2)^2 + (-2-(-2))^2} = \sqrt{16} = 4$ (1)

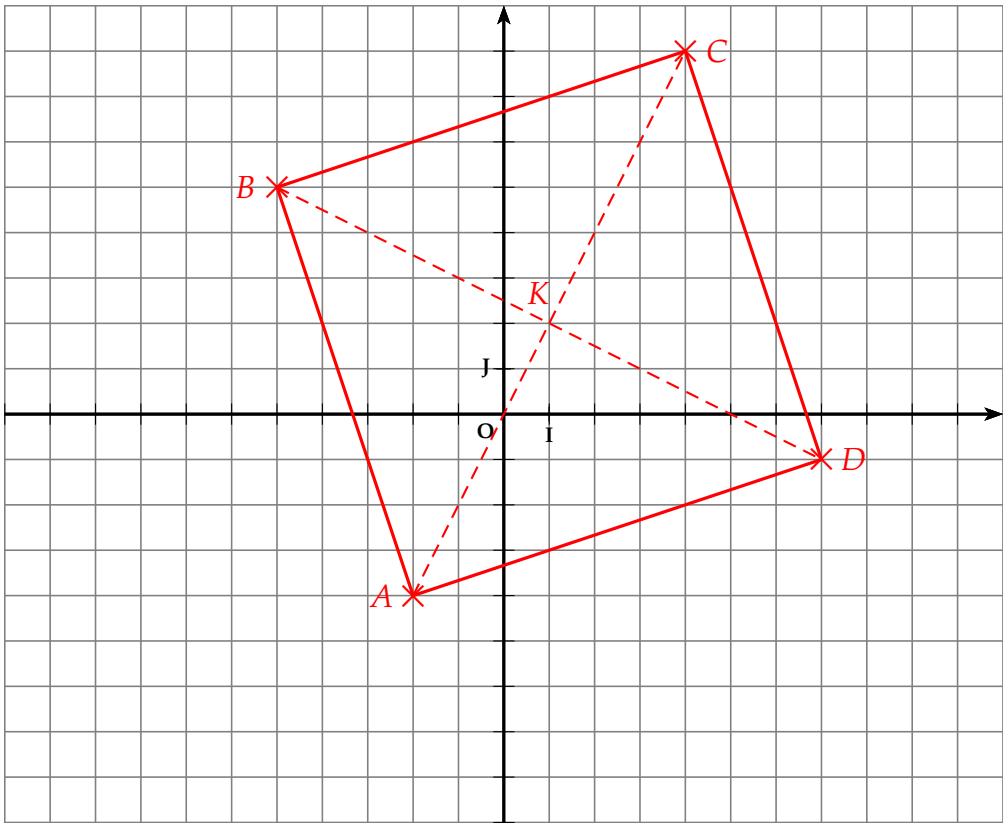
2) ✎ Donner la nature du triangle ABC.

On a $AB = BC$, donc ABC est un triangle isocèle. (1)

Exercice 3 - Parallélogramme particulier - (9,5 points)

Dans le repère orthonormé (O,I,J), on considère les points A(-2 ; -4), B(-5 ; 5) et C(4 ; 8).

1) Placer ces points dans le repère (O,I,J) ci-après : (1)



2) Déterminer par le calcul les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme de centre K. (K doit être le milieu des diagonales) (2,5)

$x_K = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{-2+4}{2} = 1$ et $y_K = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{-4+8}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$

Donc $K(1;2)$

$x_K = \dfrac{x_B + x_D}{2} \iff x_D = 2x_K - x_B \iff x_D = 2 \times 1 - (-5) \iff \boxed{x_D = 7}$

$y_K = \dfrac{y_B + y_D}{2} \iff y_D = 2y_K - y_B \iff y_D = 2 \times 2 - 5 \iff \boxed{y_D = -1}$

3) Conjecturer la nature du quadrilatère ABCD. (0,5) ABCD semble être un carré.

4) **a)** Montrer que $AC = BD$. (On prendra si nécessaire $D(\,7\,;\,-1\,)$).

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(4-(-2))^2 + (8-(-4))^2} = \sqrt{6^2 + 12^2} = \sqrt{180}$ (1)

$BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{(7-(-5))^2 + (-1-5)^2} = \sqrt{12^2 + (-6)^2} = \sqrt{180} = AC$ (1)

b) Qu'est ce que cela implique pour la nature du parallélogramme ABCD ? (1)

le parallélogramme ABCD a donc ses diagonales de même mesure. Il s'agit donc d'un rectangle.

5) Montrer que ABCD est un losange. (2)

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-5-(-2))^2 + (5-(-4))^2} = \sqrt{(-3)^2 + 9^2} = \sqrt{90}$

$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(4-(-5))^2 + (8-5)^2} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = AB$

le parallélogramme ABCD a 2 côtés consécutifs de même longueur. Il s'agit donc d'un losange.

6) Déduire des questions précédentes la nature précise du parallélogramme ABCD en justifiant. (0,5)

ABCD est donc à la fois un rectangle (question 4) et un losange (question 5). ABCD est donc un carré.