

Fonctions polynôme de degré 2

Fiche d'exercices

Reconnaître une fonction polynôme de degré 2

Exercice 1

Compléter le tableau suivant.

$f(x) = \dots$	Fonction polynôme de degré 2 ?		$a = \dots$	$b = \dots$	$c = \dots$
	oui	non			
$3x^2 - 2x + 5$					
$-x^2 + 4$					
$5x - 7$					
$x^3 + 2x^2$					
$(x - 2)(3x + 1)$					
$7 - 2x + 0,5x^2$					
$(x + 1)^2 - x^2$					

Exercice 2

Pour chacune des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$, dire s'il s'agit d'une fonction polynôme de degré 2. Si oui, donner les valeurs de a , b et c .

a) $f(x) = -2x^2 + x - 3$

b) $g(x) = 4x^2$

c) $h(x) = 1 - x^2 + 6x$

d) $k(x) = 3x(x - 4)$

e) $m(x) = (2x - 1)(2x + 1) - 4x^2$

f) $p(x) = (x - 3)^2$

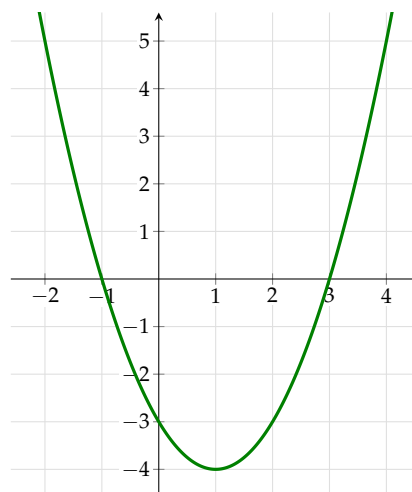
Éléments caractéristiques d'une parabole (lecture graphique)

Exercice 3

On a représenté ci-contre la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x^2 - 2x - 3.$$

- 1) Déterminer graphiquement les solutions de l'équation $f(x) = 0$.
- 2) Déterminer graphiquement les solutions de l'équation $f(x) = -3$.
- 3) En déduire l'équation de l'axe de symétrie de la courbe.
- 4) Calculer l'ordonnée du sommet S de la parabole, puis donner ses coordonnées.
- 5) La fonction f admet-elle un maximum ou un minimum ? Préciser sa valeur.

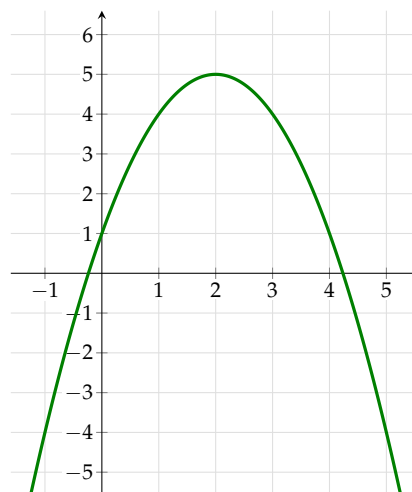


Exercice 4

On a représenté ci-contre la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = -x^2 + 4x + 1.$$

- 1) Déterminer graphiquement les solutions de l'équation $f(x) = 1$.
- 2) Tracer l'axe de symétrie de la courbe et donner son équation.
- 3) Donner les coordonnées du sommet S de la parabole. Justifier par un calcul.
- 4) Déterminer graphiquement les solutions de l'équation $f(x) = -4$.
- 5) Le coefficient a est-il positif ou négatif? Était-ce prévisible sur le graphique?



Associer une fonction $x \mapsto ax^2 + c$ à sa courbe

Exercice 5

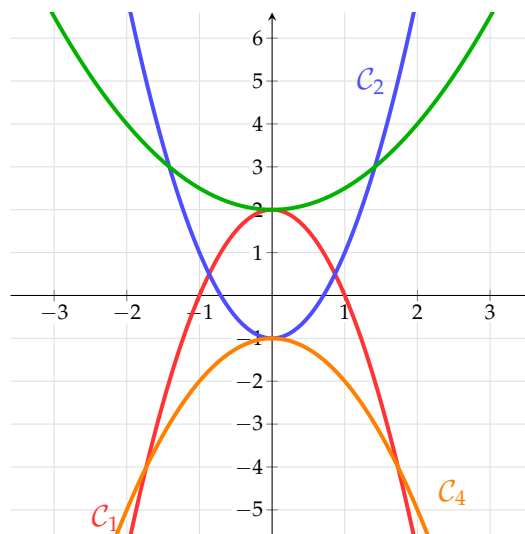
Associer chaque fonction à sa représentation graphique. Justifier.

$$f(x) = 2x^2 - 1$$

$$g(x) = -x^2 - 1$$

$$h(x) = \frac{x^2}{2} + 2$$

$$k(x) = -2x^2 + 2$$

**Exercice 6**

- 1) Associer chaque fonction à sa représentation graphique. Justifier.

$$f(x) = x^2 - 4$$

$$g(x) = -\frac{x^2}{2} + 3$$

$$h(x) = 3x^2$$

$$k(x) = -3x^2$$

- 2) Pour chacune de ces fonctions, donner l'axe de symétrie et les coordonnées du sommet de sa courbe.

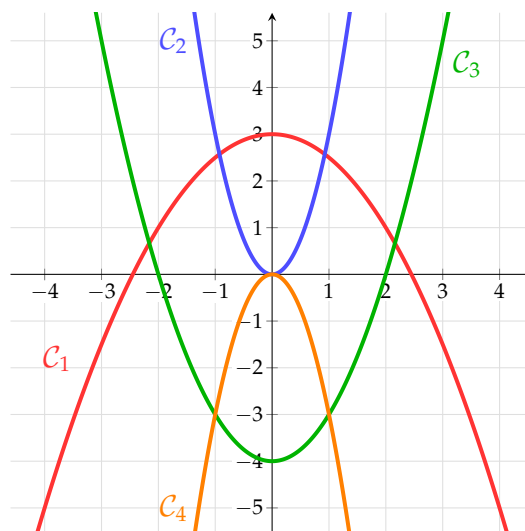
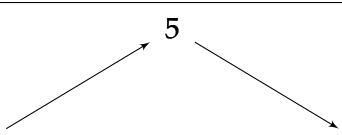


Tableau de variations et sommet

Exercice 7

On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction polynôme du second degré f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$			

- 1) Le coefficient a est-il positif ou négatif? Justifier.
- 2) Donner les coordonnées du sommet S de la parabole représentant f .
- 3) Donner l'équation de l'axe de symétrie de la parabole.
- 4) La fonction f admet-elle un maximum ou un minimum sur $\mathbb{R}$? Préciser sa valeur et pour quelle valeur de x il est atteint.
- 5) Comparer, sans calcul, $f(-5)$ et $f(-3)$.
- 6) On sait que $f(0) = 1$. En utilisant la symétrie de la parabole, donner la valeur de $f(-4)$.

Exercice 8

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 8x + 3$.

- 1) Donner les valeurs de a , b et c . En déduire le sens de variation de f (d'abord croissante puis décroissante, ou l'inverse).
- 2) Calculer $f(1)$ et $f(3)$.
- 3) En déduire l'équation de l'axe de symétrie de la parabole représentant f .
- 4) Calculer les coordonnées du sommet S de la parabole.
- 5) Dresser le tableau de variations de la fonction f .

Forme factorisée et forme développée

Exercice 9

Pour chacune des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$:

- développer l'expression et donner les valeurs de a , b et c ;
- donner les racines de la fonction polynôme.

a) $f(x) = 3(x - 2)(x + 4)$

b) $g(x) = -(x + 1)(x - 5)$

c) $h(x) = 2(x - 3)^2$

Exercice 10

- 1) Développer les expressions suivantes :

a) $f(x) = -2(x+3)(x-1)$

b) $g(x) = \frac{1}{2}(x-4)(x+2)$

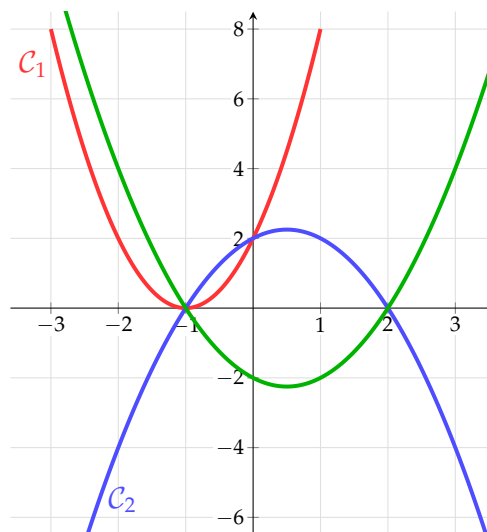
- 2) Donner les solutions des équations $f(x) = 0$ et $g(x) = 0$.
- 3) Écrire sous forme factorisée la fonction polynôme p de degré 2 dont les racines sont 2 et -5 et dont le coefficient a est égal à 3. Développer ensuite l'expression obtenue.

Associer une forme factorisée à sa courbe

Exercice 11

Associer chaque fonction à sa représentation graphique. Justifier.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-2)(x+1) \\ g(x) &= -(x-2)(x+1) \\ h(x) &= 2(x+1)^2 \end{aligned}$$

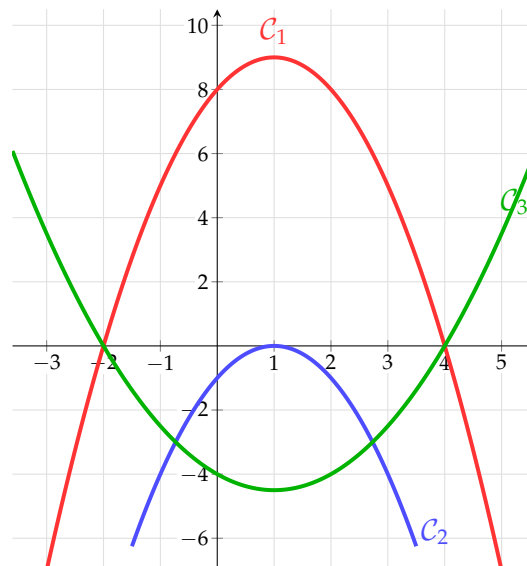


Exercice 12

On a représenté trois fonctions polynômes du second degré. Parmi les quatre fonctions ci-dessous, une seule ne correspond à aucune courbe.

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{2}(x+2)(x-4) \\ g(x) &= -(x+2)(x-4) \\ h(x) &= -(x-1)^2 \\ k(x) &= (x-2)(x+4) \end{aligned}$$

- 1) Associer chaque courbe à sa fonction. Justifier.
- 2) Quelle fonction est l'intruse? Pourquoi?



Factoriser connaissant une racine

Exercice 13

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 3x - 6$.

- 1) Vérifier que 2 est une racine de la fonction polynôme f .

- 2) En déduire que f peut s'écrire sous la forme $f(x) = 3(x - 2)(x - x_2)$.
- 3) En choisissant une valeur de x judicieuse, déterminer x_2 .
- 4) Écrire f sous forme factorisée et vérifier le résultat en développant.

Exercice 14

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 2x + 12$.

- 1) Calculer $f(-1)$, $f(1)$ et $f(3)$. Conjecturer une racine de la fonction polynôme f .
- 2) Factoriser f .
- 3) En déduire les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

Signe d'une fonction polynôme de degré 2

Exercice 15

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3(x - 1)(x + 4)$.

- 1) Déterminer les racines de la fonction polynôme f .
- 2) Dresser le tableau de signes de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.
- 3) En déduire les solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$, puis celles de l'inéquation $f(x) < 0$.

Exercice 16

Une entreprise fabrique des objets. On admet que son bénéfice, en milliers d'euros, pour la fabrication de x centaines d'objets (avec $x \in [0; 10]$), est donné par :

$$B(x) = -2(x - 2)(x - 8).$$

- 1) Calculer $B(0)$ et $B(5)$. Interpréter ces résultats dans le contexte de l'exercice.
- 2) Déterminer les racines de la fonction polynôme B .
- 3) Dresser le tableau de signes de $B(x)$ sur l'intervalle $[0; 10]$.
- 4) Pour quelles quantités d'objets fabriqués l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice positif ?
- 5) En utilisant la symétrie de la parabole, déterminer la quantité d'objets à fabriquer pour obtenir un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice maximal ?