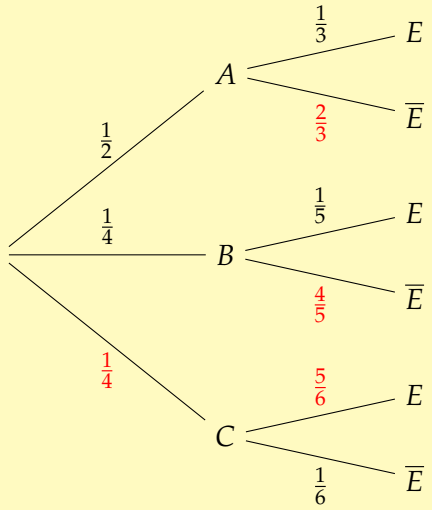
Correction - Entraînement au DS n°03
Probabilités conditionnelles

Exercice 1

On considère trois événements A, B et C qui forment une partition de l'univers Ω ainsi qu'un événement E.
On donne l'arbre de probabilité suivant :

1) Reproduire et compléter cet arbre de probabilité.

A, B et C forment une partition de Ω donc $P(C) = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$.
$P_A(\overline{E}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$; $P_B(\overline{E}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$; $P_C(E) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$.



2) Calculer $P(E)$.

D'après la formule des probabilités totales :
$P(E) = P(A \cap E) + P(B \cap E) + P(C \cap E) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{5}{6}$
$P(E) = \frac{1}{6} + \frac{1}{20} + \frac{5}{24} = \frac{20}{120} + \frac{6}{120} + \frac{25}{120} = \frac{51}{120} = \frac{17}{40} = 0,425$

Exercice 2

Une association de consommateurs a observé deux types d'obsolescence programmée sur une population de 200 smartphones.

- La première est l'obsolescence technique, lorsqu'un composant tombe en panne et ne peut être remplacé. Cela concerne 3 % des smartphones étudiés.
- La seconde est l'obsolescence logicielle, quand un produit est trop vieux pour être mis à jour et devient inutilisable ou incompatible. Cela concerne 8 % des smartphones étudiés.

De plus, deux smartphones sont touchés par l'obsolescence logicielle et par l'obsolescence technique.

1) À l'aide de l'énoncé, recopier et compléter le tableau croisé d'effectifs ci-dessous.

Smartphones	Touchés par l'obsolescence logicielle	Non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
Touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
Non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

Obsolescence technique : $0,03 \times 200 = 6$ smartphones ; obsolescence logicielle : $0,08 \times 200 = 16$ smartphones.
On complète ensuite le tableau par différences.

2) On choisit un de ces smartphones au hasard.
On note L l'événement « *le smartphone est touché par l'obsolescence logicielle* » et T l'événement « *le smartphone est touché par l'obsolescence technique* ».

a) Déterminer la probabilité $P(\overline{T})$. $P(\overline{T}) = \dfrac{194}{200} = \dfrac{97}{100} = 0,97$

b) Calculer $P_T(L)$. $P_T(L) = \dfrac{\text{Card}(T \cap L)}{\text{Card}(T)} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

c) Calculer la probabilité que le smartphone soit touché par l'obsolescence technique sachant qu'il n'est pas touché par l'obsolescence logicielle.

On cherche $P_{\overline{L}}(T) = \dfrac{\text{Card}(\overline{L} \cap T)}{\text{Card}(\overline{L})} = \dfrac{4}{184} = \dfrac{1}{46} \approx 0,022$

Exercice 3

L'association sportive d'un lycée compte 240 adhérents, parmi lesquels il y a 130 demi-pensionnaires, les autres adhérents étant externes.
Ces adhérents doivent choisir un sport et un seul parmi les trois proposés : le basket-ball, le volley-ball et la natation.

1) On sait que 30 % des adhérents ont choisi le volley-ball. Vérifier que 72 adhérents ont choisi le volley-ball. $0,3 \times 240 = 72$

2) On sait que 25 % des adhérents sont des demi-pensionnaires ayant choisi la natation. Calculer le nombre d'adhérents demi-pensionnaires ayant choisi la natation. $0,25 \times 240 = 60$

3) On sait de plus que :

- 66 adhérents ont choisi le basket-ball ;
- 40 adhérents pratiquent le volley-ball et sont demi-pensionnaires.

Recopier et compléter le tableau suivant :

	Basket-ball	Volley-ball	Natation	Total
Demi-pensionnaires	30	40	60	130
Externes	36	32	42	110
Total	66	72	102	240

Demi-pensionnaires au basket : $130 - 40 - 60 = 30$; externes : $240 - 130 = 110$.
Natation : $240 - 66 - 72 = 102$. Les autres cases s'obtiennent par différences.

Exercice 4

Un lycée compte 200 professeurs dont la répartition est donnée par le tableau ci-dessous.

	Hommes	Femmes	Total
Moins de 30 ans	28	26	54
Plus de 30 ans	42	104	146
Total	70	130	200

On choisit au hasard un professeur de ce lycée.
On note H l'événement « *le professeur choisi est un homme* » et J l'événement « *le professeur choisi a moins de trente ans* ».

1) **a)** Quelle est la valeur de $\text{Card}(H)$? $\text{Card}(H) = 70$

b) Déterminer $\text{Card}(H \cap J)$. $\text{Card}(H \cap J) = 28$

c) En déduire la valeur de $P_H(J)$. $P_H(J) = \dfrac{\text{Card}(H \cap J)}{\text{Card}(H)} = \dfrac{28}{70} = \dfrac{2}{5}$

2) **a)** Quel est le nombre d'issues qui réalisent J ? $\text{Card}(J) = 54$

b) Quel est le nombre d'issues qui réalisent $\overline{H} \cap J$? $\text{Card}(\overline{H} \cap J) = 26$

c) En déduire la probabilité que le professeur choisi soit une femme sachant que ce professeur a moins de trente ans.

$$P_J(\overline{H}) = \frac{\text{Card}(\overline{H} \cap J)}{\text{Card}(J)} = \frac{26}{54} = \frac{13}{27} \approx 0,481$$

Exercice 5

Soient deux événements A et B tels que $P(A) = 0{,}8$, $P(B) = 0{,}5$, $P_A(B) = 0,4$.

1) Calculer $P(A \cap B)$. $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,8 \times 0,4 = 0,32$

2) En déduire $P_B(A)$. $P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0,32}{0,5} = \dfrac{16}{25} = 0,64$

3) En déduire $P(A \cup B)$.

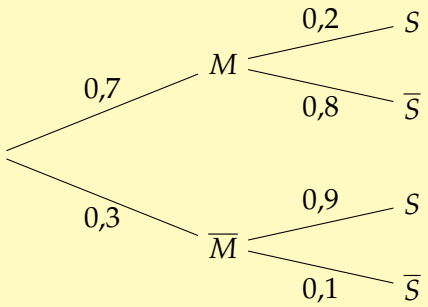
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,8 + 0,5 - 0,32 = 0,98$

Exercice 6

Dans une crèche, chaque matin, Alejandra fait la sieste avec une probabilité de 0,7. Si elle a fait la sieste le matin, elle fera la sieste l'après-midi avec une probabilité de 0,2. Sinon, elle fera la sieste l'après-midi avec une probabilité de 0,9.

1) Représenter cette situation par un arbre de probabilité que l'on complétera entièrement.

On note M l'événement « *Alejandra fait la sieste le matin* » et S l'événement « *Alejandra fait la sieste l'après-midi* ».



2) Calculer la probabilité qu'elle ne fasse pas du tout la sieste dans la journée.

$P(\overline{M} \cap \overline{S}) = P(\overline{M}) \times P_{\overline{M}}(\overline{S}) = 0,3 \times 0,1 = 0,03$

3) Calculer la probabilité qu'elle fasse la sieste l'après-midi.

D'après la formule des probabilités totales :
$P(S) = P(M \cap S) + P(\overline{M} \cap S) = 0,7 \times 0,2 + 0,3 \times 0,9 = 0,14 + 0,27 = 0,41$